

# DYNAMIQUE DES SYSTEMES MECANIKES

## Exercices corrigés semaine 6

### Exercice 1 : Discrétisation d'une manivelle

Objectifs d'apprentissage: Modélisation et évaluation des erreurs induites par la discrétisation

#### Enoncé

Dans le but d'étudier le comportement dynamique d'un mécanisme, vous devez modéliser une manivelle (Figure 1). Le modèle CAO de la pièce a permis de déterminer ses propriétés dimensionnelles et inertielles. Des analyses statiques et modales par éléments finis ont permis de déterminer ses propriétés dynamiques en flexion en considérant un encastrement dans le moyeu A et une force transversale dans le moyeu B (Figure 2).

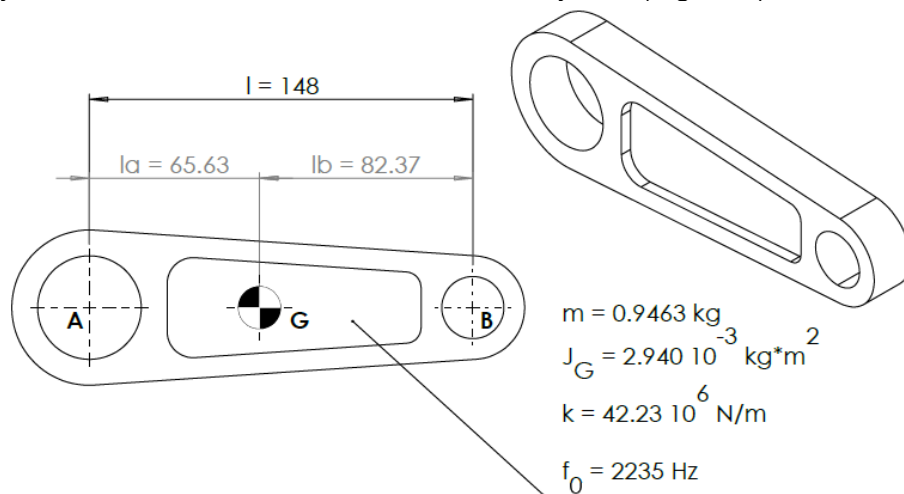


Figure 1: Propriétés dimensionnelles, inertielles et dynamiques (flexion) de la manivelle

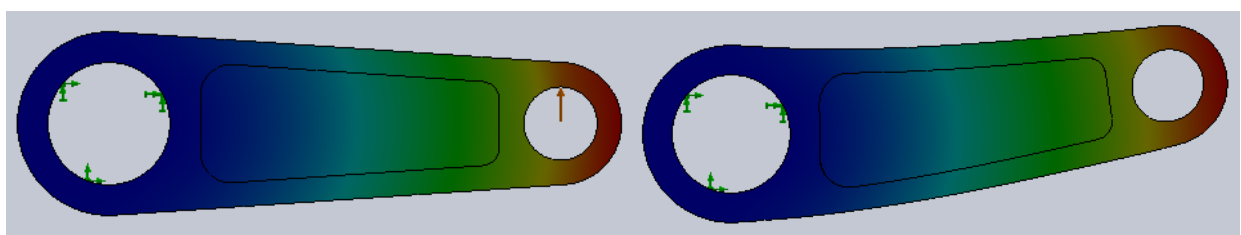


Figure 2: Analyses statique et modale de la manivelle

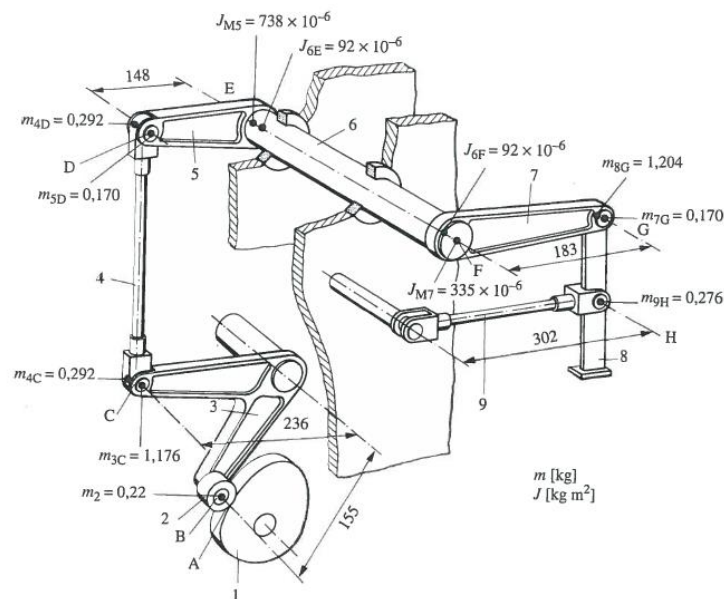
- 1) Proposer un modèle statique équivalent de la manivelle.
- 2) Calculer l'erreur faite avec ce modèle sur le moment d'inertie en A.
- 3) Calculer l'erreur faite avec ce modèle sur la fréquence propre en mode de flexion.
- 4) Proposer un modèle plus adapté pour étudier des mouvements rapides du mécanisme.
- 5) Proposer un modèle plus adapté pour étudier des vibrations du mécanisme.

## Exercice 2 : Mécanisme d'un transporteur

Objectifs d'apprentissage: Modélisation, réduction et estimation de fréquence propre

### Enoncé

La figure ci-dessous représente un mécanisme de transporteur d'une machine à emballer ainsi que les masses et inerties discrétisées des différents éléments. La came 1 commande positivement le mouvement du bras 8 qui saisit le produit à emballer. On aimerait estimer la première fréquence propre de ce système.



Élément	Rigidité
2	$270 \cdot 10^6$ N/m
3	$30 \cdot 10^6$ N/m
4	$64,2 \cdot 10^6$ N/m
5	$13,4 \cdot 10^6$ N/m
6	$0,143 \cdot 10^6$ Nm/rad
7	$12,15 \cdot 10^6$ N/m

Démarche :

1. Établir un modèle dynamique du mécanisme en associant les masses discrétisées aux liaisons A, B, C, D, E, F, et G.
2. Déterminer les rapports de transmission entre les différents éléments.
3. Réduire les inerties au mouvement du galet 2.
4. Réduire les rigidités au mouvement du galet 2.
5. Estimer la première fréquence propre du mécanisme par une méthode d'approximation. Quelle est l'erreur par rapport à la fréquence exacte de 170 Hz?

Hypothèses :

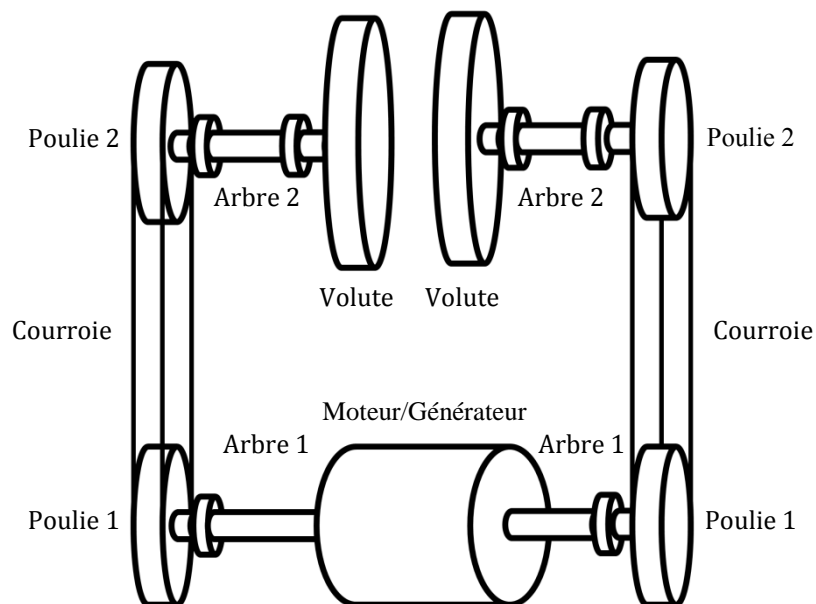
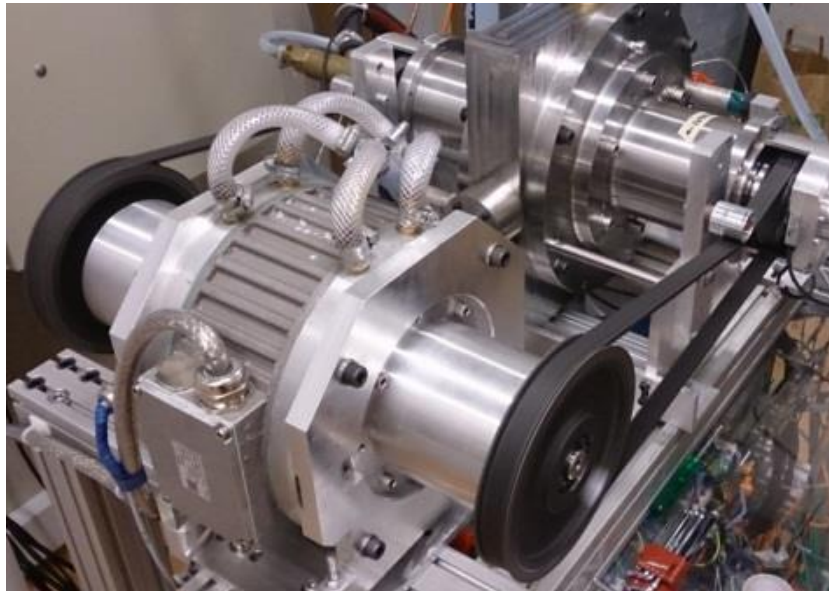
- Les mouvements sont de faible amplitude.
- L'énergie cinétique autour des axes du levier 3 et du bras 9 est négligée.
- La rigidité  $k_3$  est déterminée en mesurant la déformation locale sous l'effet d'une force arbitraire au point C. Elle s'applique donc après la transmission  $i_{BC}$ .

## Exercice 3 : Machine scroll co-rotative

Objectifs d'apprentissage: Modélisation, réduction, simplification et estimation de fréquence propre

### Enoncé

Soit la machine scroll co-rotative présentée ci-dessous et pouvant fonctionner à la fois en mode compresseur et en mode détendeur.



Contrairement à une machine scroll classique dans laquelle une volute est fixe et l'autre orbite autour du centre de la première, la machine scroll co-rotative possède deux volutes excentrées tournant de manière synchronisée. Cette configuration permet d'atteindre des vitesses de rotation plus élevées et par conséquent des puissances plus importantes.

La principale difficulté d'une machine scroll co-rotative réside dans la parfaite synchronisation angulaire des deux volutes. Le système tel que présenté propose une synchronisation par courroies. On souhaite étudier le comportement dynamique de cette solution.

### Démarche

1. À partir du schéma de la machine, proposer un modèle dynamique du mécanisme.
2. Déterminer les rapports de transmission en considérant la position angulaire du moteur/générateur comme coordonnée d'entrée.
3. Réduire les inerties et rigidités à cette coordonnée.
4. Au vu des valeurs réduites, proposer un modèle dynamique simplifié.
5. Estimer la première pulsation propre du mécanisme.
6. Jusqu'à quelle vitesse recommanderiez-vous d'entraîner la machine pour éviter des erreurs dynamiques dans le positionnement angulaire des volutes ?

### Hypothèses

La masse des courroies et l'inertie des arbres sont négligeables.

### Données

Rotor	Moment d'inertie	$J_r / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$5.9 \cdot 10^{-3}$
Volute	Moment d'inertie	$J_v / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$4.2 \cdot 10^{-2}$
Poulie 1	Moment d'inertie	$J_{p1} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$1.3 \cdot 10^{-2}$
Poulie 2	Moment d'inertie	$J_{p2} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$3 \cdot 10^{-3}$
Poulie 1	Rayon	$R_{p1} / \text{m}$	$9.1 \cdot 10^{-2}$
Poulie 2	Rayon	$R_{p2} / \text{m}$	$5 \cdot 10^{-2}$
Arbre 1	Rigidité	$k_{a1} / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	$6.56 \cdot 10^4$
Arbre 2	Rigidité	$k_{a2} / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	$2.11 \cdot 10^4$
Courroie	Rigidité de 2 brins	$k_c / \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	$8.34 \cdot 10^5$